数学Ｂ　臨時休業中課題（5 月 15 日）

※絶対値記号が正しく表示されない場合があります。

<u>答・解説</u>

解説

【1】

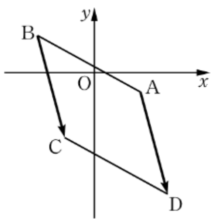
(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(-5-3,\ -4-6)$
$=(\mathbf{-8,\ -10})$
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,|=\sqrt{(-8)^2+(-10)^2}=\mathbf{2\sqrt{41}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(-2-(-5),\ 1-(-4))$
$=(\mathbf{3,\ 5})$
$\overrightarrow{\mathrm{BC}}\,|=\sqrt{3^2+5^2}=\mathbf{\sqrt{34}}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}=(3-(-2),\ 6-1)$
$=(\mathbf{5,\ 5})$
$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\,|=\sqrt{5^2+5^2}=\mathbf{5\sqrt{2}}$

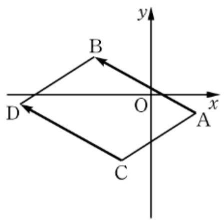
【2】

(1)　点Dの座標を$(x,\ y)$とすると，
$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$であるから
$(x-5,\ y-(-2))=(-3-(-6),\ -7-4)$



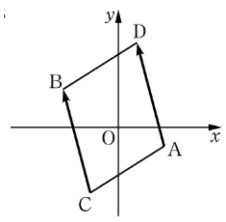
よって　$x-5=3$
$y+2=-11$
したがって　$x=8$
$y=-13$
ゆえに　$\mathbf{D(8,\ -13)}$

(2)
(i)　平行四辺形ABDCのとき，点Dの座標を$(x,\ y)$とすると，
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}$であるから
$(-6-5,\ 4-(-2))=(x-(-3),\ y-(-7))$



よって　$x+3=-11$
$y+7=6$
したがって　$x=-14$
$y=-1$
ゆえに　$\mathbf{D(-14,\ -1)}$

(ii)　平行四辺形ADBCのとき，点Dの座標を$(x,\ y)$とすると，
$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{CB}}$であるから
$(x-5,\ y-(-2))=(-6-(-3),\ 4-(-7))$



よって　$x-5=-3$
$y+2=11$
したがって　$x=2$
$y=9$
ゆえに　$\mathbf{D(2,\ 9)}$

【3】

$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$より　$\vec{b}=k\vec{a}$
となる実数kがあるから
$(x,\ -10)=k(3,\ 5)$
よって　$x=3k,\ -10=5k$
したがって　$k=-2,\ \mathbf{x=-6}$

【別解】
$\frac{5}{3}=\frac{-10}{x}$より　$x=-6$

【4】

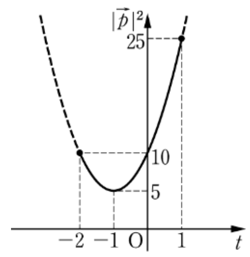
求めるベクトルを$\vec{b}$とおくと，$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$より，kを実数として
$\vec{b}=k\vec{a}$
$=k(1,\ -2)=(k,\ -2k)$
と表され
$\vec{b}\,|=\sqrt{k^2+(-2k)^2}=2$
これより，$5k^2=4$であるから
$k=\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$
よって，求めるベクトルは
$\left(\mathbf{\frac{2\sqrt{5}}{5},\ -\frac{4\sqrt{5}}{5}}\right),\ \left(\mathbf{-\frac{2\sqrt{5}}{5},\ \frac{4\sqrt{5}}{5}}\right)$

【別解】
$\pm\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}\times2=\pm\frac{2}{\sqrt{5}}(1,\ -2)$
として求めてもよい。

【5】

$(\vec{a}+t\vec{b})\,/\!/\,\vec{c}$であるから，$m$を実数として，$\vec{a}+t\vec{b}=m\vec{c}$と表される。
よって
$(3,\ 1)+t(-3,\ 4)=m(1,\ -1)$
$(3-3t,\ 1+4t)=(m,\ -m)$
したがって　$3-3t=m,\ 1+4t=-m$
ゆえに　$\mathbf{t=-4}$

【6】



$\vec{p}=(3,\ 1)+t(2,\ -1)=(3+2t,\ 1-t)$
よって
$\vec{p}\,|^2=(3+2t)^2+(1-t)^2$
$=5t^2+10t+10$
$=5(t+1)^2+5$
$-2\leqq t\leqq1$より，$\vec{p}\,|^2$は
$t=1$のとき　最大値25
$t=-1$のとき　最小値5
をとる。

ゆえに，$|\vec{p}|$は

$t=1$のとき　　最大値5

$t=-1$のとき　最小値$\sqrt{5}$

をとる。

【7】

(1)　$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{b}$

$=(-1,\ 3)+t(1,\ -1)$

$=(t-1,\ -t+3)$

$|\vec{p}|\leqq 2$より　$|\vec{p}|^2\leqq 4$

よって

$(t-1)^2+(-t+3)^2\leqq 4$

$t^2-4t+3\leqq 0$

$(t-1)(t-3)\leqq 0$

ゆえに　**$1\leqq t\leqq 3$**

(2)　$|\vec{p}|^2=(t-1)^2+(-t+3)^2$

$=2t^2-8t+10$

$=2(t-2)^2+2$

よって，$|\vec{p}|^2$は

$t=2$のとき　最小値2

をとる。

ゆえに，$|\vec{p}|$は

$t=2$のとき　最小値$\sqrt{2}$

をとる。

【8】

$\vec{a}+t\vec{b}=(2,\ 5)+t(1,\ 2)=(2+t,\ 5+2t)$

(1)　$\vec{a}+t\vec{b}$が$\vec{c}$と平行となる条件は

$\vec{a}+t\vec{b}=k\vec{c}$ (kは実数)

よって　$(2+t,\ 5+2t)=(3k,\ k)$

すなわち

$2+t=3k$　　……①

$5+2t=k$　　……②

①，②からkを消去して　$2+t=3(5+2t)$

よって

$t=-\dfrac{13}{5}$

(2)　$|\vec{a}+t\vec{b}|^2=(2+t)^2+(5+2t)^2$

$=5t^2+24t+29$

$=5\left(t+\dfrac{12}{5}\right)^2+\dfrac{1}{5}$

よって，$|\vec{a}+t\vec{b}|^2$は，$t=-\dfrac{12}{5}$のとき最小値$\dfrac{1}{5}$をとる。

ゆえに，$|\vec{a}+t\vec{b}|$は**$t=-\dfrac{12}{5}$のとき最小値$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$**をとる。