

解説

【1】

$$\vec{b} = -3\vec{a}, \vec{c} = 2\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{c}, \vec{b} = -\frac{3}{2}\vec{c}$$

【2】

$$(1) \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC} = \vec{OB} + \vec{AO} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$(2) \vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = -\vec{a} + \vec{b}$$

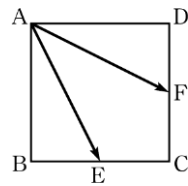
$$(3) \vec{AD} = 2\vec{AO} = -2\vec{a}$$

$$(4) \vec{CF} = 2\vec{BA} = -2\vec{AB} = -2(-\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} - 2\vec{b}$$

$$(5) \vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AO} + \vec{BO} = -\vec{a} - \vec{b}$$

$$(6) \vec{CE} = \vec{CB} + \vec{BE} = \vec{OA} + 2\vec{BO} = \vec{a} - 2\vec{b}$$

【3】



$$\vec{AE} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\vec{AF} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD} \quad \dots \textcircled{2}$$

①×2-②から

$$2\vec{AE} - \vec{AF} = 2\left(\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}\right) - \left(\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD}\right) = \frac{3}{2}\vec{AB}$$

$$\text{よって } \vec{AB} = \frac{4}{3}\vec{AE} - \frac{2}{3}\vec{AF}$$

②×2-①から

$$2\vec{AF} - \vec{AE} = 2\left(\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD}\right) - \left(\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}\right) = \frac{3}{2}\vec{AD}$$

$$\text{よって } \vec{AD} = \frac{4}{3}\vec{AF} - \frac{2}{3}\vec{AE}$$

【4】

$$\vec{a} = (4, 3)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\vec{b} = (-3, -2)$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

$$\vec{c} = (3, 0)$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$$

$$\vec{d} = (0, 4)$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{0^2 + 4^2} = 4$$

【5】

$$(1) \vec{a} + \vec{b} = (3, -1) + (-2, 3)$$

$$= (3-2, -1+3) = (1, 2)$$

$$(2) 3\vec{a} = 3(3, -1) = (9, -3)$$

$$(3) 4\vec{a} - 3\vec{b} = 4(3, -1) - 3(-2, 3) = (12, -4) - (-6, 9) = (12+6, -4-9) = (18, -13)$$

$$(4) 3(2\vec{a} + \vec{b}) - 2(-3\vec{a} + \vec{b}) = 6\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{a} - 2\vec{b} = 12\vec{a} + \vec{b} = 12(3, -1) + (-2, 3) = (36, -12) + (-2, 3) = (36-2, -12+3) = (34, -9)$$

【6】

$$(1) 2\vec{b} = \vec{a} - 3\vec{x} \text{ より } 3\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$$

よって

$$\vec{x} = \frac{1}{3}(\vec{a} - 2\vec{b}) = \frac{1}{3}\{(1, -2) - 2(3, 1)\} = \frac{1}{3}(1-6, -2-2) = \left(-\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}\right)$$

$$(2) 2(\vec{a} - \vec{x}) = 3(\vec{x} - \vec{b}) \text{ より } 2\vec{a} - 2\vec{x} = 3\vec{x} - 3\vec{b} \quad 5\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

よって

$$\vec{x} = \frac{1}{5}(2\vec{a} + 3\vec{b}) = \frac{1}{5}\{2(1, -2) + 3(3, 1)\} = \frac{1}{5}(2+9, -4+3) = \left(\frac{11}{5}, -\frac{1}{5}\right)$$

【7】

$|\vec{a}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ であるから、求める単位ベクトルは

$$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{1}{5}\vec{a} = \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

【8】

$$(1) k\vec{a} + l\vec{b} = k(-1, 3) + l(2, 5) = (-k+2l, 3k+5l)$$

これが $\vec{c} = (1, 19)$ に等しいから

$$\begin{cases} -k+2l=1 \\ 3k+5l=19 \end{cases}$$

これを解いて $k=3, l=2$

$$\text{ゆえに } \vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$(2) k\vec{a} + l\vec{b} = k(2, -1) + l(-1, 3) = (2k-l, -k+3l)$$

これが $\vec{c} = (7, -11)$ に等しいから

$$\begin{cases} 2k - l = 7 \\ -k + 3l = -11 \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{これを解いて } k=2, l=-3 \\ \text{ゆえに } \vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} \end{array} \right.$$