数学Ⅱ　家庭学習課題プリント　　第１回

２年（　　）組（　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　）

【1】次の式を展開せよ。

(1)　$(3x-1)^3$

(2)　$(2x-5y)^3$

【2】次の式を因数分解せよ。

(1)　$64x^3-125y^3$

【3】次の式を因数分解せよ。

(1)　x^6+7x^3-8

【4】次の式を展開したとき，それぞれ指定された項の係数を求めよ。

(1)　$(x-3y)^7$におけるx^2y^5

【5】$(x-y+2z)^7$の展開式における$x^2y^3z^2$の係数を求めよ。

【6】次の整式Aを整式Bで割り，商と余りを求めよ。

(1)　$A=6x^3-x^2-5x+2$, $B=3x-2$

(2)　$A=2+3x+2x^3+x^4$, $B=1+x^2$

【7】整式$3x^3+14x^2-4x+5$をある整式Bで割ると，商が$3x-1$，余りが$7x+3$である。このとき，整式Bを求めよ。

【8】次の式を計算せよ。

(1)　$\dfrac{x^2-3x}{x^2+x-2}\times\dfrac{x-1}{x^2+2x}$

(2)　$\dfrac{x^3-8}{x^2+4x+4}\div\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}$

【9】次の式を計算せよ。

(1)　$\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{3}{x-4}$

(2)　$\dfrac{2x}{x^2-1}-\dfrac{3x}{2x^2+x-1}$

【10】次の計算をせよ。

(1)　$(2-4i)-(1-i)$

(2)　$(4+3i)(4-3i)$

【11】例3にならって，次の計算をせよ。

(1)　$\dfrac{1-i}{1+i}$

(2)　$\dfrac{1}{i}$

【12】次の計算をせよ。

(1)　$\sqrt{-48}-\sqrt{-12}$

(2)　$\sqrt{-28}\times\sqrt{-35}$

(3)　$\dfrac{6}{\sqrt{-4}}$

【13】解の公式を用いて，次の2次方程式を解け。

(1)　$5x^2-6x+4=0$

(2)　$4x(x-1)=-1$

【14】次の2次方程式の解を判別せよ。

(1)　$2x^2-11x+10=0$

(2)　$3x^2-6x+4=0$

(3)　$49x^2+28x+4=0$

【15】2次方程式$x^2-4x+5=0$の2つの解をα，βとするとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$\alpha^2+\beta^2$

(2)　$\alpha^3+\beta^3$

【16】次の2次式を，複素数の範囲で因数分解せよ。

(1)　$3x^2-2x+1$

(2)　x^2+4

【17】2次方程式$x^2+2x+3=0$の2つの解をα，βとするとき，次の2数を解とする2次方程式を1つ求めよ。

(1)　$2\alpha-1$，$2\beta-1$

(2)　α^2，β^2

【18】2次方程式$x^2+2(k+1)x-2k+6=0$が，次の条件を満たすような定数kの値の範囲を求めよ。

(1)　異なる2つの負の解をもつ

(2)　正の解と負の解をもつ

答・解説

【1】

(1)　$(3x-1)^3$

$=(3x)^3-3\cdot(3x)^2\cdot1+3\cdot3x\cdot1^2-1^3$

$=\mathbf{27x^3-27x^2+9x-1}$

(2)　$(2x-5y)^3$

$=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot5y+3\cdot2x\cdot(5y)^2-(5y)^3$

$=\mathbf{8x^3-60x^2y+150xy^2-125y^3}$

【2】

(1)　$64x^3-125y^3$

$=(4x)^3-(5y)^3$

$=(4x-5y)\{(4x)^2+4x\cdot5y+(5y)^2\}$

$=\mathbf{(4x-5y)(16x^2+20xy+25y^2)}$

【3】

(1)　x^6+7x^3-8

$=(x^3)^2+7x^3-8$

$=(x^3+8)(x^3-1)$

$=(x^3+2^3)(x^3-1^3)$

$=(x+2)(x^2-x\cdot2+2^2)\times(x-1)(x^2+x\cdot1+1^2)$

$=\mathbf{(x+2)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-2x+4)}$

【4】

(1)　$(x-3y)^7$の展開式における一般項は

$\quad {}_7\mathrm{C}_r x^{7-r}(-3y)^r$

$={}_7\mathrm{C}_r x^{7-r}(-3)^r y^r$

$={}_7\mathrm{C}_r(-3)^r x^{7-r}y^r$

ここで，$x^{7-r}y^r=x^2y^5$となるのは，$r=5$のときであるから，求める係数は

${}_7\mathrm{C}_5(-3)^5={}_7\mathrm{C}_2(-3)^5$

$=21\cdot(-243)=\mathbf{-5103}$

【5】

展開式における$x^2y^3z^2$の項は

$$\frac{7!}{2!3!2!}x^2(-y)^3(2z)^2$$

であるから，$x^2y^3z^2$の係数は

$$\frac{7!}{2!3!2!}\cdot(-1)^3\cdot2^2=\mathbf{-840}$$

【6】

(1)

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & \,2x^2+x-1 \\
3x-2 & \overline{)\,6x^3-x^2-5x+2} \\
 & \underline{6x^3-4x^2} \\
 & 3x^2-5x \\
 & \underline{3x^2-2x} \\
 & -3x+2 \\
 & \underline{-3x+2} \\
 & 0
\end{array}$$

商　$\mathbf{2x^2+x-1}$，余り　$\mathbf{0}$

(2)

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & \,x^2+2x-1 \\
x^2+1 & \overline{)\,x^4+2x^3+3x+2} \\
 & \underline{x^4+x^2} \\
 & 2x^3-x^2+3x \\
 & \underline{2x^3+2x} \\
 & -x^2+x+2 \\
 & \underline{-x^2-1} \\
 & x+3
\end{array}$$

商　$\mathbf{x^2+2x-1}$，余り　$\mathbf{x+3}$

【7】

$3x^3+14x^2-4x+5$

$=B(3x-1)+(7x+3)$

が成り立つから

$B(3x-1)=(3x^3+14x^2-4x+5)-(7x+3)$

$=3x^3+14x^2-11x+2$

よって，$3x^3+14x^2-11x+2$を$3x-1$で割って

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & \,x^2+5x-2 \\
3x-1 & \overline{)\,3x^3+14x^2-11x+2} \\
 & \underline{3x^3-x^2} \\
 & 15x^2-11x \\
 & \underline{15x^2-5x} \\
 & -6x+2 \\
 & \underline{-6x+2} \\
 & 0
\end{array}$$

したがって　$\mathbf{B=x^2+5x-2}$

【8】

(1)　$\dfrac{x^2-3x}{x^2+x-2}\times\dfrac{x-1}{x^2+2x}$

$=\dfrac{x(x-3)}{(x+2)(x-1)}\times\dfrac{x-1}{x(x+2)}$

$=\mathbf{\dfrac{x-3}{(x+2)^2}}$

(2) $\dfrac{x^3-8}{x^2+4x+4}\div\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}$

$=\dfrac{x^3-8}{x^2+4x+4}\times\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-3x+2}$

$=\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+2)^2}\times\dfrac{(x+2)(x+1)}{(x-2)(x-1)}$

$=\boldsymbol{\dfrac{(x+1)(x^2+2x+4)}{(x+2)(x-1)}}$

【9】

(1) $\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{3}{x-4}$

$=\dfrac{x-4}{(x+3)(x-4)}+\dfrac{3(x+3)}{(x+3)(x-4)}$

$=\dfrac{(x-4)+3(x+3)}{(x+3)(x-4)}$

$=\boldsymbol{\dfrac{4x+5}{(x+3)(x-4)}}$

(2) $\dfrac{2x}{x^2-1}-\dfrac{3x}{2x^2+x-1}$

$=\dfrac{2x}{(x+1)(x-1)}-\dfrac{3x}{(x+1)(2x-1)}$

$=\dfrac{2x(2x-1)-3x(x-1)}{(x+1)(x-1)(2x-1)}$

$=\dfrac{x^2+x}{(x+1)(x-1)(2x-1)}$

$=\dfrac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)(2x-1)}$

$=\boldsymbol{\dfrac{x}{(x-1)(2x-1)}}$

【10】

(1) $(2-4i)-(1-i)=\boldsymbol{1-3i}$

(2) $(4+3i)(4-3i)=16-9i^2$

$=16-9\cdot(-1)=\boldsymbol{25}$

【11】

(1) $\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}$

$=\dfrac{1-2i+i^2}{1-i^2}=\dfrac{1-2i-1}{1+1}$

$=\dfrac{-2i}{2}=\boldsymbol{-i}$

(2) $\dfrac{1}{i}=\dfrac{i}{i^2}=\dfrac{i}{-1}=\boldsymbol{-i}$

【12】

(1) $\sqrt{-48}-\sqrt{-12}=\sqrt{48}\,i-\sqrt{12}\,i$

$=4\sqrt{3}\,i-2\sqrt{3}\,i=\boldsymbol{2\sqrt{3}\,i}$

(2) $\sqrt{-28}\times\sqrt{-35}=2\sqrt{7}\,i\times\sqrt{35}\,i$

$=14\sqrt{5}\,i^2=\boldsymbol{-14\sqrt{5}}$

(3) $\dfrac{6}{\sqrt{-4}}=\dfrac{6}{2i}=\dfrac{3}{i}=\dfrac{3i}{i^2}=\dfrac{3i}{-1}=\boldsymbol{-3i}$

【13】

(1) $x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot5\cdot4}}{2\cdot5}$

$=\dfrac{6\pm\sqrt{-44}}{10}=\dfrac{6\pm2\sqrt{11}\,i}{10}$

$=\boldsymbol{\dfrac{3\pm\sqrt{11}\,i}{5}}$

〔別解〕

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-5\cdot4}}{5}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{-11}}{5}=\dfrac{3\pm\sqrt{11}\,i}{5}$

(2) 整理して　$4x^2-4x+1=0$

$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot4\cdot1}}{2\cdot4}$

$=\boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$

〔別解〕

$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot1}}{4}=\dfrac{1}{2}$

【14】

(1) $D=(-11)^2-4\cdot2\cdot10=41>0$

であるから，**異なる2つの実数解をもつ。**

(2) $\dfrac{D}{4}=(-3)^2-3\cdot 4=-3<0$

であるから，**異なる2つの虚数解をもつ**。

(3) $\dfrac{D}{4}=14^2-49\cdot 4=0$

であるから，**重解をもつ**。

【15】

解と係数の関係より $\alpha+\beta=4$，$\alpha\beta=5$ であるから

(1) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=4^2-2\cdot 5=\mathbf{6}$

(2) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=4^3-3\cdot 5\cdot 4=\mathbf{4}$

【16】

(1) $3x^2-2x+1=0$ の解は　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{2}i}{3}$

よって

$3x^2-2x+1$

$=\boldsymbol{3\left(x-\dfrac{1+\sqrt{2}i}{3}\right)\left(x-\dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}\right)}$

(2) $x^2+4=0$ の解は　$x=\pm 2i$

よって　$x^2+4=\boldsymbol{(x-2i)(x+2i)}$

【17】

解と係数の関係より

$\alpha+\beta=-2$，$\alpha\beta=3$

(1) $(2\alpha-1)+(2\beta-1)=2(\alpha+\beta)-2$

$=2\cdot(-2)-2=-6$

$(2\alpha-1)(2\beta-1)=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1$

$=4\cdot 3-2\cdot(-2)+1=17$

よって，求める2次方程式の1つは

$\boldsymbol{x^2+6x+17=0}$

(2) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-2)^2-2\cdot 3=-2$

$\alpha^2\cdot\beta^2=(\alpha\beta)^2=3^2=9$

よって，求める2次方程式の1つは

$\boldsymbol{x^2+2x+9=0}$

【18】

2つの解を α，β，判別式を D とすると

$\dfrac{D}{4}=(k+1)^2-1\cdot(-2k+6)$

$=k^2+4k-5=(k+5)(k-1)$

解と係数の関係より

$\alpha+\beta=-2(k+1)$，$\alpha\beta=-2k+6$

(1) $\dfrac{D}{4}>0$ より　$k<-5$，$1<k$　…①

$\alpha+\beta<0$ より　$k>-1$　…②

$\alpha\beta>0$ より　$k<3$　…③

①，②，③より　$\boldsymbol{1<k<3}$

(2) $\alpha\beta<0$ より　$\boldsymbol{k>3}$