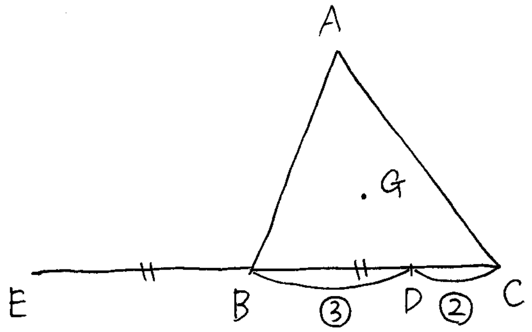
1.



(1) $\overrightarrow{AD} = \dfrac{2\vec{b}+3\vec{c}}{5}$

(2) $\overrightarrow{AE} = \dfrac{-2\vec{b}+\vec{c}}{1-2} = 2\vec{b}-\vec{c}$

(3) $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2} = \dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{3}$

(4) $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AD}$

$= \dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{3} - \dfrac{2\vec{b}+3\vec{c}}{5}$

$= \dfrac{-\vec{b}-4\vec{c}}{15}$

2. $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$, $P(\vec{p})$とする.

(1) $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB}$

$(\vec{a}-\vec{p})+(\vec{b}-\vec{p})+(\vec{c}-\vec{p}) = \vec{b}-\vec{a}$

$3\vec{p} = 2\vec{a}+\vec{c}$

$\vec{p} = \dfrac{2\vec{a}+\vec{c}}{3} = \dfrac{2\vec{a}+\vec{c}}{1+2}$

よって点PはACを1:2に内分する点.

(2) $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP} = \vec{0}$

$(\vec{p}-\vec{a})+(\vec{p}-\vec{b})+(\vec{p}-\vec{c}) = \vec{0}$

$3\vec{p} = \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

$\vec{p} = \dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

よって. 点Pは△ABCの重心

3. $A(\vec{a})$. $B(\vec{b})$. $C(\vec{c})$. $P(\vec{p})$とする.

$6\overrightarrow{AP}+3\overrightarrow{BP}+2\overrightarrow{CP} = \vec{0}$

$6(\vec{p}-\vec{a})+3(\vec{p}-\vec{b})+2(\vec{p}-\vec{c}) = \vec{0}$

$11\vec{p} = 6\vec{a}+3\vec{b}+2\vec{c}$

$\vec{p} = \dfrac{6\vec{a}+3\vec{b}+2\vec{c}}{11}$

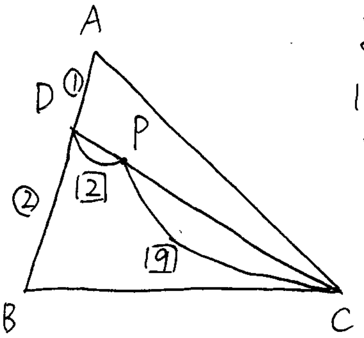
$= \dfrac{9}{11}\cdot\underbrace{\boxed{\dfrac{6\vec{a}+3\vec{b}}{9}}}_{=\frac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}} + \dfrac{2\vec{c}}{11}$

$\dfrac{2\vec{a}+\vec{b}}{3}$ これはABを1:2に内分する点

$\dfrac{2\vec{a}+\vec{b}}{3} = \vec{d}$ とおく $(D(\vec{d}))$

$\vec{p} = \dfrac{9}{11}\vec{d} + \dfrac{2}{11}\vec{c}$

$= \dfrac{2\vec{c}+9\vec{d}}{11}$ これはCDを9:2に内分する点



よって点PはABを1:2に内分する点をDとしたとき. CDを9:2に内分する点である.

(始点をAで考えると…)

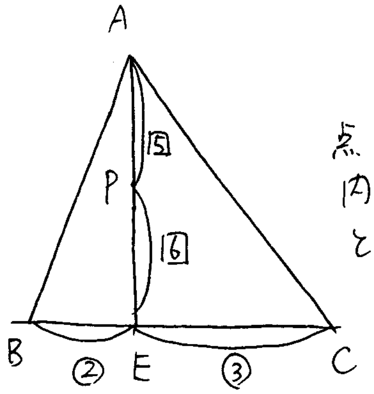
$6\overrightarrow{AP}+3\overrightarrow{BP}+2\overrightarrow{CP} = \vec{0}$

$6\vec{p}+3(\vec{p}-\vec{b})+2(\vec{p}-\vec{c}) = \vec{0}$

$11\vec{p} = 3\vec{b}+2\vec{c}$

$\vec{p} = \dfrac{3\vec{b}+2\vec{c}}{11} = \dfrac{5}{11}\cdot\dfrac{3\vec{b}+2\vec{c}}{5}$

これはBCを2:3に内分する点



点PはBCを2:3に内分する点をEとしたとき. AEを5:6に内分する点である.