

$$(1) y = \log x$$

$$y = \frac{1}{x} \text{ より } (x, \log x) \text{ における接線の方程式は } y - \log x = \frac{1}{x} (x - x)$$

$$y = \frac{1}{x} x + \log x - 1$$

---

(2) 共有点の  $x$  座標を  $s$  とする.

$$\text{共有点の } y \text{ 座標は等しいので, } \log s = a\sqrt{s} \dots \textcircled{1}$$

$$\text{共有点での接線の傾きは等しいので, } \frac{1}{s} = \frac{a}{2\sqrt{s}} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{ より } 2\sqrt{s} = as \Rightarrow a\sqrt{s} = 2 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入}$$

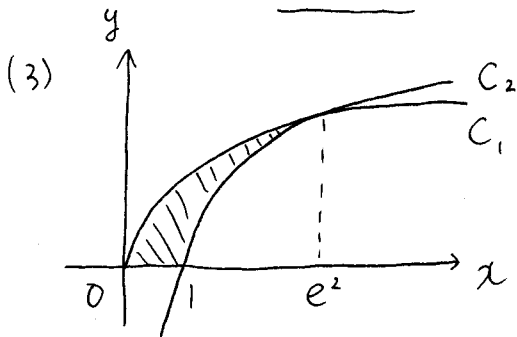
$$\log s = 2$$

$$s = e^2$$

$$\text{よって } ae = 2$$

$$a = \frac{2}{e}$$

共有点の座標は  $(e^2, 2)$



求める図形の面積は図の斜線部分

よって

$$S = \int_0^{e^2} \frac{2}{e} \sqrt{x} dx - \int_1^{e^2} \log x dx$$

$$= \left[ \frac{4}{3e} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^{e^2} - \left[ x \log x - x \right]_1^{e^2}$$

$$= \frac{4}{3e} e^3 - \{ (2e^2 - e^2) - (-1) \}$$

$$= \frac{4}{3} e^2 - e^2 - 1$$

$$= \frac{1}{3} e^2 - 1$$

---