1. (1) $2a=4$ より $a=2$.

また. $\sqrt{a^2+b^2}=4$ より $b^2=12$. よって $\underline{\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1}$

(2) 求める双曲線の方程式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ とする.

$\sqrt{a^2+b^2}=3$ より $b^2=9-a^2$

これを代入して. $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{9-a^2}=-1$

(4. 5) を通るので $\dfrac{16}{a^2}-\dfrac{25}{9-a^2}=-1$

これを解いて. $(a^2-4)(a^2+36)=0$ $a^2=4$ $b^2=5$

したがって. $\underline{\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=-1}$

(3) 漸近線の傾きが ± 2 より $\dfrac{b}{a}=\pm 2$ $b=\pm 2a$

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ に代入して $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4a^2}=1$

$\left(\dfrac{1}{2}.\ 0\right)$ を通るので. $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{a^2}=1$ $a^2=\dfrac{1}{4}$

よって. $\dfrac{x^2}{\frac{1}{4}}-\dfrac{y^2}{4\cdot\frac{1}{4}}=1$ より $\underline{4x^2-y^2=1}$

(4) 求める式を $x^2-y^2=-a^2$ とする.

$\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{6}$

$a\sqrt{2}=\sqrt{6}$

$a=\sqrt{3}$

よって

$\underline{x^2-y^2=-3}$ or $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{3}=-1$

2. $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ に $(2, p)$ を代入

$\dfrac{1}{2}+\dfrac{p^2}{4}=1$

$\underline{p=\pm\sqrt{2}}$

また. この楕円の焦点は

$(2. 0)$. $(-2. 0)$

求める式を $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ とすると

$\sqrt{a^2+b^2}=2$ より $b^2=4-a^2$

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4-a^2}=1$ に $(2. \sqrt{2})$ 代入

$\dfrac{4}{a^2}-\dfrac{2}{4-a^2}=1$

⋮

$(a^2-2)(a^2-8)=0$

$0\leqq a^2\leqq 4$ より $a^2=2$. $b^2=2$

よって. $\underline{\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=1}$

漸近線は

$x-y=0$. $x+y=0$

$\underline{y=x.\ \ y=-x}$