1. $A(-3+2i)$、$B(4-8i)$

(1) $\dfrac{(-3+2i)+(4-8i)}{2}$

$=\dfrac{1-6i}{2}$

$=\underline{\dfrac{1}{2}-3i}$

(2) 内分 $\dfrac{(-3+2i)+3(4-8i)}{3+1}$

$=\dfrac{-3+2i+12-24i}{4}=\underline{\dfrac{9-22i}{4}}$

外分 $\dfrac{-(-3+2i)+3(4-8i)}{3-1}$

$=\dfrac{3-2i+12-24i}{2}=\underline{\dfrac{15-26i}{2}}$

2.

(1) $|z+2i|=3$

<u>中心 $-2i$、半径 3 の円</u>

(2) $|\overline{z-i}|=1$

$|\overline{z+i}|=1 \rightarrow |z+i|=1$

<u>中心 $-i$、半径 1 の円</u>

(3) $|z+1|=2|z-2|$

$|z+1|^2=4|z-2|^2$

$(z+1)(\overline{z}+1)=4(z-2)(\overline{z}-2)$

$z\overline{z}+z+\overline{z}+1=4(z\overline{z}-2z-2\overline{z}+4)$

$z\overline{z}+z+\overline{z}+1=4z\overline{z}-8z-8\overline{z}+16$

$3z\overline{z}-9z-9\overline{z}+15=0$

$z\overline{z}-3z-3\overline{z}+5=0$

$(z-3)(\overline{z}-3)-4=0$

$(z-3)(\overline{z}-3)=4$

$|z-3|^2=4$

$|z-3|=2$

よって <u>中心 3、半径 2 の円</u>

(4) $3|z|=|z-8i|$

$9|z|^2=|z-8i|^2$

$9z\overline{z}=(z-8i)(\overline{z}+8i)$

$9z\overline{z}=z\overline{z}+8iz-8i\overline{z}+64$

$8z\overline{z}-8iz+8i\overline{z}-64=0$

$z\overline{z}-iz+i\overline{z}-8=0$

$(z+i)(\overline{z}-i)-9=0$

$(z+i)\overline{(z+i)}=9$

$|z+i|^2=9$

$|z+i|=3$

よって <u>中心 $-i$、半径 3 の円</u>

(5) $|z-3|=|z-i|$

2点 3、i を結ぶ線分の垂直二等分線

(6) $|z-3+i|=|z+1|$

$|z-(3-i)|=|z-(-1)|$

2点 $3-i$、-1 を結ぶ線分の垂直二等分線

3. $|z|=1$

(1) $w = z + i$

$w - i = z$

$|w - i| = 1$

iを中心とする半径1の円

(2) $w = \dfrac{iz+4}{2}$

$2w = iz + 4$

$2(w-2) = iz$

$2|w-2| = 1$

$|w-2| = \dfrac{1}{2}$

2を中心とする半径$\dfrac{1}{2}$の円

4.

(1) $\dfrac{(c+6i)-(3+2i)}{(6-i)-(3+2i)} = \dfrac{(c-3)+4i}{3-3i}$

$= \dfrac{\{(c-3)+4i\}(1+i)}{3(1-i)(1+i)}$

$= \dfrac{(c-7)+(c+1)i}{6}$

一直線上になるには虚部＝0

よって $c+1=0$

$\underline{c=-1}$

(2) $\dfrac{(d-4i)-(6-i)}{(-1+6i)-(6-i)} = \dfrac{(d-6)-3i}{-7+7i}$

$= \dfrac{\{(d-6)-3i\}(-1-i)}{7(-1+i)(-1-i)}$

$= \dfrac{(-d+3)+(-d+9)i}{14}$

BC, BDが垂直に交わるには 実部＝0

よって $-d+3=0$

$\underline{d=3}$

5.

(1) $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha} = \sqrt{3}i$

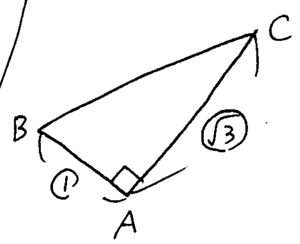
純虚数なので、$\underline{\angle A = \dfrac{\pi}{2}}$

また、絶対値をとると

$\left|\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right| = \sqrt{3}$

$|\gamma-\alpha| = \sqrt{3}|\beta-\alpha|$

$|\beta-\alpha| : |\gamma-\alpha| = 1 : \sqrt{3}$



したがって

$\angle B = \dfrac{\pi}{3}$,

$\underline{\angle C = \dfrac{\pi}{6}}$

(2) $\alpha + i\beta = (1+i)\gamma$

$\alpha + i\beta = \gamma + i\gamma$

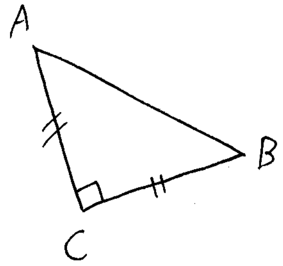
$i(\beta-\gamma) = -(\alpha-\gamma)$

$\dfrac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma} = -i$

これより、$\underline{\angle C = \dfrac{\pi}{2}}$

絶対値 $\left|\dfrac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma}\right| = 1$

$|\alpha-\gamma| = |\beta-\gamma|$



したがって

$\underline{\angle A = \angle B = \dfrac{\pi}{4}}$