

整式の除法に関する問題

1 $x^3 = x^2(x-1) + x^2$ であるが、「 x^3 を $x-1$ で割ったとき余り x^2 」といっはならない。なぜか？正しい余りは何か。

2 次の各場合について、 A を B で割ったときの商と余りを求めよ。

(1) $A = 2x^3 + x^2 - 5x + 1$, $B = x + 2$

(2) $A = 4x^3 - 9x^2 - 7x + 2$, $B = x^2 - 2x + 3$

(3) $A = x^3 - 3x^2 - 6$, $B = x^2 - 1$

(4) $A = x^4 - 7x^2 + 1$, $B = 1 + 3x + x^2$

3 x^4 、 x^5 、 x^6 を $x-1$ で割った商をそれぞれ求めよ。

4 整式 A を整式 $2x + 3$ で割った商が $x^2 - 2x + 3$ 、余りが -5 である。このとき整式 A を求めよ。

5 整式 $3x^3 - 4x^2 - 2x + 6$ を整式 B で割ると、商が $3x - 1$ 、余りが $3x + 4$ であるとき、整式 B を求めよ。

6 整式 $x^3 + 3x^2 + ax + b$ を $x^2 - x + 1$ で割ると余りは 5 であるという。商と定数 a 、 b の値を求めよ。

剰余定理、因数定理に関する問題

1 $f(x) = x^{100} + x^{99} + x^{98}$ を $x + 1$ で割ったときのあまりを求めよ。

2 $f(x) = 36x^4 + ax^3 + 18x + 27$ が $2x + 3$ で割り切れるように、係数 a の値を求めよ。

3 $P(x)$ を $(x - 1)(x + 2)$ で割ったときの余りが $2x + 3$ であるとき、 $P(x)$ を $x - 1$ 、 $x + 2$ で割ったときの余りをそれぞれ求めよ。

4 $P(x)$ を $x - 1$ 、 $x + 2$ で割ったときの余りが、それぞれ 2 、 5 であるとき、 $P(x)$ を $(x - 1)(x + 2)$ で割ったときの余りを求めよ。

5 $P(x)$ を $x - 1$ 、 $x + 1$ 、 $x + 2$ で割ったときの余りがそれぞれ 9 、 1 、 3 であるとき、 $P(x)$ を $(x - 1)(x + 1)(x + 2)$ で割ったときの余りを求めよ。

6 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 - 3x + 2$ (2) $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$ (3) $2x^3 - 7x^2 - 7x + 12$

分数式に関する問題

□ 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 1} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 1}$$

$$(2) \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1}$$

$$(3) \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$(4) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}}$$

ヒント

整式の除法に関する問題

①: 『(割られる式) = (割る式) × (商) + (余り)』の中で、割られる式の次数と余りの次数の大小関係はどうなるのでしょうか。

②、③: 基本的にはスタディサプリの動画の説明の通り計算してください。② (4) は割られる式を降べきの順に直した方が計算しやすいでしょう。

④、⑤: 『(割られる式) = (割る式) × (商) + (余り)』の形を作りましょう。

⑥: まずは実直に割り算の計算をしてみましょう。ただし、 a と b は定数であることに注意してください。(教科書 p.14 参照)

剰余定理、因数定理に関する問題

①、②: 剰余の定理、因数定理の基本問題です。

③: $P(x)$ を $(x-1)(x+2)$ で割ったときの商を $Q(x)$ とすると、 $P(x) = (x-1)(x+2)Q(x) + 2x+3$ が求まります。

④: 前問と対になる問題です。

ポイントは、2次式で割ったときの余りは1次以下の整式、つまり $ax+b$ とおくことができる、ということです。

⑤: 前問の発展です。3次式で割ったときの余りは2次以下の整式ですから、余りをどのように置けばよいか考えましょう。

分数式に関する問題

③、④: $\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x+1}{x}}$ のように分母と分子に分数が含まれているものを繁分数といいます。

これは $\frac{1}{x+1} \div \frac{x}{x(x+1)}$ と割り算の形にしてから処理するとよいでしょう。。