

練1 (1)  $x^3+6x^2+12x+8$  (2)  $x^3-3x^2+3x-1$

(3)  $27a^3+27a^2b+9ab^2+b^3$  (4)  $x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$

練2  $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3=a^3-b^3$

練3 (1)  $x^3+8$  (2)  $x^3-27$  (3)  $x^3+27y^3$  (4)  $8x^3-a^3$

練4 (1)  $(x+3)(x^2-3x+9)$  (2)  $(x-1)(x^2+x+1)$

(3)  $(5x+a)(25x^2-5ax+a^2)$  (4)  $(4x-y)(16x^2+4xy+y^2)$

練5 (1)  $(x^3+8)(x^3-8)=(x+2)(x-2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4)$

(2)  $(x^3+y^3)(x^3-y^3)=(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$

練6  $(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

練7 6行目 1 6 15 20 15 6 1

$(a+b)^6=a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$

練8 (1)  $(x+1)^4=x^4+4x^3+6x^2+4x+1$

(2)  $(x-2)^6=x^6-12x^5+60x^4-160x^3+240x^2-192x+64$

練9 (1)  ${}_4C_1 \cdot 2^3 \cdot 3^1=96$  (2)  ${}_5C_3 \cdot 1^2 \cdot (-2)^3=-80$

練10 ①  $x=-1$  を代入  $0^n={}_nC_0+{}_nC_1+(-1)+{}_nC_2 \cdot (-1)^2+\dots+{}_nC_n \cdot (-1)^n$

練11 (1)  ${}_6C_2 \cdot {}_4C_1=60$  (2)  ${}_6C_2 \cdot {}_4C_2=90$  (3)  ${}_6C_0 \cdot {}_6C_4=15$

研究練1 (1)  $\frac{7!}{2!2!3!}=210$  (2)  $\frac{7!}{1!3!3!}=140$  (3)  $\frac{7!}{3!4!}=35$

練12 (1) 商  $3x-1$  余り 6 (2) 商  $x^2-x-3$  余り  $-14$

(3) 商  $2x+7$  余り  $x-10$  (4) 商  $x-2$  余り 0

練13 (1)  $A=x^2+5x+5$  (2)  $A=x^3+x^2+3x$

練14 (1)  $B=3x-1$  (2)  $B=x^2+5$

練15 (1)  $\frac{5b^2}{2a^2}$  (2)  $\frac{x-3}{x+4}$  (3)  $\frac{x+1}{2x-1}$

練16 (1)  $\frac{x-2}{x-3}$  (2)  $2x$  (3)  $\frac{x-2}{x^2}$  (4)  $x-1$

練17 (1)  $\frac{x+2}{x-1}$  (2) 3 (3)  $\frac{x+4}{x-2}$  (4)  $2x+1$

練18 (1)  $\frac{5x-1}{(x+1)(x-2)}$  (2)  $\frac{x+1}{x}$  (3)  $\frac{x-1}{x-3}$  (4)  $\frac{3x+1}{x(x-1)}$

練19 (1)と(4)

練20  $a=2, b=-1, c=5$

練21  $a=1, b=-1$

補充問題

1 (1)  $8x^3-36x^2+54x-27$  (2)  $1-x^3$

2 商  $2x-5a$  余り 0

3  $\frac{1}{x-1}$  4  $\frac{3}{x(x+3)}$

5 (1)  $a=1, b=3$  (2)  $a=-4, b=1$

練22 (1) 右辺 =  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2b - 3ab^2 = a^3 - b^3 =$  左辺

(2) 右辺 =  $a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2 + \frac{3}{4}b^2 = a^2 - ab + b^2 =$  左辺

(3) 左辺 =  $1 + 3x + 3x^2 + x^3$  , 右辺 =  $1 + x + x + x^2 + x(1 + 2x + x^2) = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$

練23  $c = a + b$  より 左辺 =  $a^2 + b(a + b) = a^2 + ab + b^2$  , 右辺 =  $b^2 + (a + b)a = a^2 + ab + b^2$

練24 (1)  $c = -a - b$  より 左辺 =  $a^2 + (-a - b)a = -ab$  , 右辺 =  $b^2 + b(-a - b) = -ab$

(2)  $a + b = -c$  ,  $b + c = -a$  ,  $c + a = -b$  より 左辺 =  $-abc - abc - abc + 3abc = 0$

練25  $a = 3b$  ,  $c = 3d$  なので  $\frac{a-c}{b-d} = \frac{3b-3d}{b-d} = 3$

練26  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  とおくと  $a = bk$  ,  $c = dk$  なので

(1) 左辺 =  $\frac{bk + dk}{b + d} = k$  , 右辺 =  $\frac{2bk - 3dk}{2b - 3d} = k$

(2) 左辺 =  $\frac{b^2k^2 + d^2k^2}{b^2 + d^2} = k^2$  , 右辺 =  $\frac{b^2k^2}{b^2} = k^2$

練27  $(3x - 4y) - (2x - 3y) = x - y > 0$

練28  $(xy + 6) - (3x + 2y) = (x - 2)(y - 3) > 0$

練29 (1)  $(x^2 + 4y^2) - 4xy = (x - 2y)^2 \geq 0$  等号は  $x = 2y$  のとき

(2)  $(x + y)^2 - 4xy = x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2 \geq 0$  等号は  $x = y$  のとき

練30 (1)  $(a^2 + 2b^2) - 2ab = (a - b)^2 + b^2 \geq 0$  等号は  $a = b = 0$  のとき

(2)  $a^2 - ab + b^2 = \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$  等号は  $a = b = 0$  のとき

練31  $(1 + x)^2 - (1 + 2x) = x^2 > 0$  より  $(1 + x)^2 > (\sqrt{1 + 2x})^2$

$x > 0$  より  $1 + x > 0$  ,  $\sqrt{1 + 2x} > 0$  だから  $1 + x > \sqrt{1 + 2x}$

練32  $(|a| + 2|b|)^2 - |a + 2b|^2 = 4|ab| - 4ab = 4(|ab| - ab) \geq 0$  より  $(|a| + 2|b|)^2 \geq |a + 2b|^2$

$|a| + 2|b| \geq 0$  ,  $|a + 2b| \geq 0$  なので  $|a| + 2|b| \geq |a + 2b|$

等号は  $|ab| = ab$  すなわち  $ab \geq 0$  のとき

練33 (1)  $a > 0$  なので  $a + \frac{4}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{4}{a}} = 4$  等号は  $a = 2$  のとき

(2)  $a > 0$  ,  $b > 0$  なので  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}} = 2$  等号は  $a = b$  のとき

#### 補充問題

6  $c = -(a + b)$  なので  $(a^3 + b^3 + c^3) - 3abc = a^3 + b^3 - (a + b)^3 + 3ab(a + b) = 0$

7  $(ax + by) - (bx + ay) = (a - b)x - (a - b)y = (a - b)(x - y) > 0$  より  $ax + by > bx + ay$

8 左辺 =  $1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \geq 2 + 2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}} = 4$  等号は  $a = b$  のとき

略解

章末問題A

1 (1)  $(a^3 + b^3)^2 = a^6 + 2a^3b^3 + b^6$  (2)  $3n^2 + 3n + 1$

2 (1) 商  $x^3 + x^2 + x + 1$  余り 0 (2) 商  $2x - 1$  余り  $4x - 5$

3 (1)  $-\frac{1}{x(x+1)}$  (2) 0

4 (1)  $a=3, b=3, c=1$  (2)  $a=1, b=-1, c=2$

5 (1) 右辺  $= x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2} =$  左辺

(2) 右辺  $= x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} - 3x - \frac{3}{x} = x^3 + \frac{1}{x^3} =$  左辺

6 (1) 左辺  $= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2 = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$   
 $= 2(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) =$  右辺

(2)  $(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca) = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \geq 0$

等号は  $a=b=c$  のとき

7 (1)  $ab > 0$  なので  $ab + \frac{9}{ab} \geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{9}{ab}} = 6$  等号は  $ab=3$  のとき

(2)  $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} = 9$  等号は  $ab=2$  のとき

章末問題B

8 (1)  $(2x-y)^3$  (2)  $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

9  $n \geq 2$  のとき

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1^n + {}_n C_1 \cdot 1^{n-1} \cdot \frac{1}{n} + {}_n C_2 \cdot 1^{n-2} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{n}\right)^n > 1 + n \cdot \frac{1}{n} = 2$$

10  $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} = \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} = \frac{4}{1-x^4}$

11  $a=3$ , 商は  $x+2$

12  $k(x+y-3) + (2x+y-4) = 0$  が  $k$  について恒等式になるので  $x=1, y=2$

13 (1) 2 (2) 4

14  $a+b-1, a>b>0$  より  $b=1-a, a>1-a>0$  すなわち  $0 < a < \frac{1}{2}$

$$(a^2 + b^2) - \frac{1}{2} = a^2 + 1 - 2a + a^2 - \frac{1}{2} = 2a^2 - 2a + \frac{1}{2} = 2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 > 0$$

$$\text{また } \frac{1}{2} - 2ab = \frac{1}{2} - 2a + 2a^2 = 2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 > 0$$

以上より  $a^2 + b^2 > \frac{1}{2} > 2ab$